Pregunta A.1.- La distancia del satélite Halimede a Neptuno, planeta alrededor del cual orbita, varía entre 12 y 21 millones de km.

a) **Calcule el trabajo realizado por la atracción gravitatoria de Neptuno sobre Halimede en el tránsito del punto más próximo al más distante de la órbita.**

b) **Sabiendo que la energía mecánica de Halimede vale $-2,5 \cdot 10^{30} J$, determine la velocidad máxima que alcanza en su órbita.**

Datos: Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$**, Masa de Halimede:** $M_H = 1,6 \cdot 10^{15}$**kg, masa de Neptuno:** $M_N = 1,02 \cdot 10^{26} kg$. a) El trabajo realizado por el campo gravitatorio es $W = -\Delta E_p$. La energía potencial en el punto más próximo es $E_p = -\frac{GM_NM_H}{r_{prox}}$ y en el punto más lejano es $E_p = -\frac{GM_NM_H}{r_{lej}}$, así que

$$W = -GM_NM_H\left(\frac{1}{r_{lej}} - \frac{1}{r_{prox}}\right) = -3,9 \cdot 10^{20} J \tag{1}$$

b) La velocidad máxima se alcanzará en el punto más cercano de la órbita. La podemos calcular a partir de la energía mecánica: $E_M = E_p + E_c$. Como la energía cinética es $E_c = \frac{1}{2}M_Hv^2$, tenemos

$$E_M = E_p + \frac{1}{2}M_Hv^2 \to v = \sqrt{\frac{2(E_M - E_p)}{M_H}} = 9,1 \cdot 10^2 m/s \tag{2}$$

Pregunta A.2.- Por una cuerda tensa dispuesta a lo largo del eje x se propaga, a una velocidad de 200m/s en el sentido positivo del eje, una onda armónica de 0,4m de longitud de onda. En el instante inicial y en el origend e coordenadas la elongación es positiva y también lo es la velocidad de oscilación, que equivale a la mitad de su valor máximo. Obtenga:

a) El número de onda y la frecuencia de la onda

b) La fase inicial de la onda.

a) El número de onda es $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi rad/m$. La frecuencia la podemos sacar a partir de la fórmula de la velocidad de propagación: $v_p = \lambda f = 0,4f = 200$, así que $f = 500Hz$.

b) La ecuación de la onda es de la forma $y(x,t) = Asin(\omega t - kx + \varphi)$, y la velocidad será su derivada con respecto al tiempo, $v(x,t) = A\omega cos(\omega t - kx + \varphi)$. En el instante inicial y en el origen de coordenadas $x = 0, t = 0$, así que tenemos

$$y(0,0) = Asin(\varphi) > 0$$
$$v(0,0) = A\omega cos(\varphi).$$

La velocidad máxima es $A\omega$, así que $cos(\varphi) = 1/2$. Esto ocurre si $\varphi = \pi/3$ o $\varphi = -\pi/3$. Pero para $\varphi = -\pi/3$ la elongación es negativa, así que tiene que ser $\varphi = \pi/3$.

Pregunta A.3.- Un hilo conductor de longitud indefinida se extiende a lo largo del eje z. Otro hilo de longitud indefinida paralelo al primero pasa por el punto (5,0,0)cm. Los dos hilos se repelen con una fuerza por unidad de longitud de $5 \cdot 10^{-5} N/m$. El campo magnético total se anula a lo largo de la recta $x = 10cm$ en el plano xz.

a) **Explique si las corrientes de los hilos son paralelas o antiparalelas.**

b) **Determine el módulo del campo magnético en el punto $(-5,0,0)cm$.**

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} TmA^{-1}$a) Como los hilos se repelen, sus corrientes son antiparalelas. La fuerza por unidad de longitud entre los dos cables viene dada por la ecuación $F/L = \mu_0\frac{I_1I_2}{2\pi r}$. De aquí concluimos

$$I_1I_2 = \frac{2\pi r}{\mu_0}F/L = \frac{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{4\pi 10^{-7}}5 \cdot 10^{-5} = 12,5. \tag{3}$$

Por otro lado, como el campo se anula en el punto (10,0,0), sabemos que

$$0 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi 0,1} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi 0,05} \to I_1 = 2I_2. \tag{4}$$

De estas dos ecuaciones tenemos que $I_1 = 5A, I_2 = 2,5A$.

b) En el punto (-5,0,0) el campo magnético será la suma de los campos generados por cada uno de los dos cables, $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. En nuestro caso se puede ver que los dos campos van en sentidos opuestos, así que el módulo será el valor absoluto de la resta de los módulos, $|B_1| - |B_2|$.

$$\mu_0 \frac{I_1}{2\pi 0,05} - \mu_0 \frac{I_2}{2\pi 0,1} = 1,5 \cdot 10^{-5} T.$$

Pregunta A.4.- Un objeto de 4mm de altura está situado 20cm a la izquierda de una lente delgada. La imagen que se forma es derecha y tiene una altura de 2mm.

a) **Calcule la potencia de la lente e indique si es convergente o divergente.**

b) **Elabore el trazado de rayos correspondiente a la situación descrita.**

a) La potencia de la lente es $P = \frac{1}{f'}$. Con la fórmula de las lentes,

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}$$

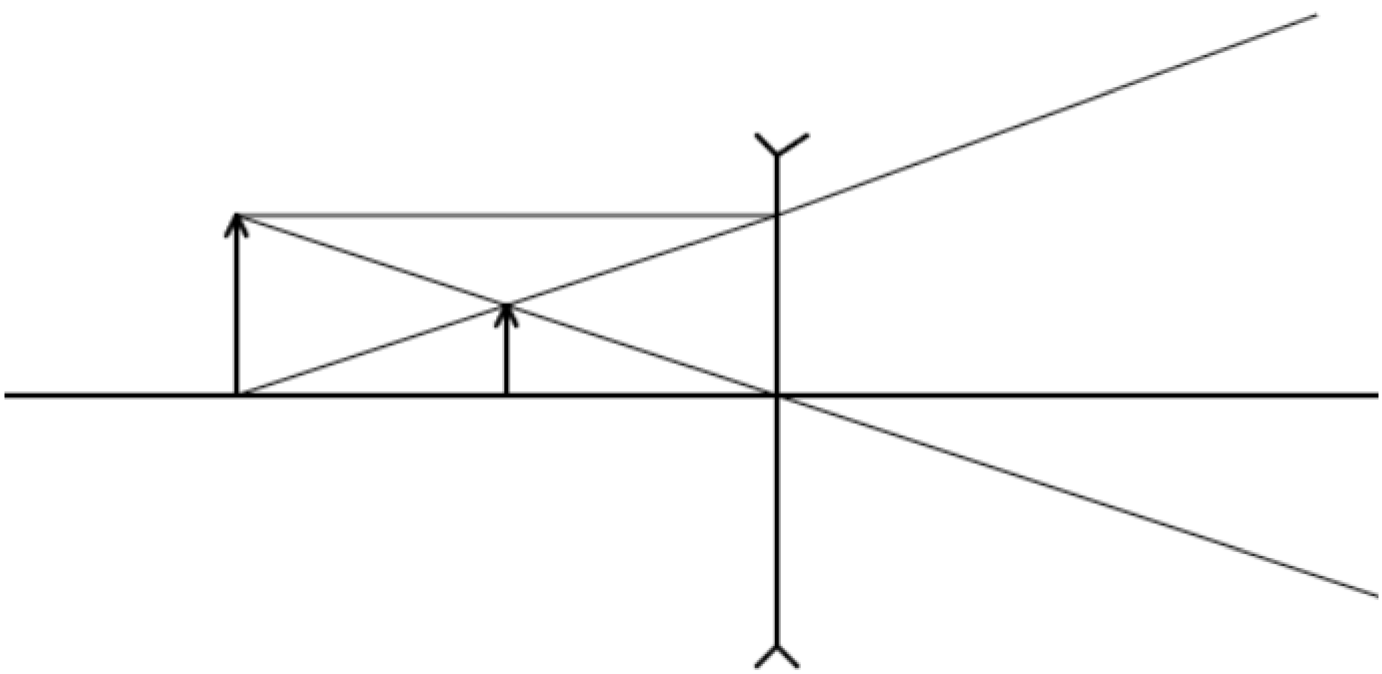
Podemos hallar s' a partir de la fórmula de los aumentos: $A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$, así que, en nuestro caso,

$$\frac{2mm}{4mm} = \frac{s'}{-20} \to s' = -10cm.$$

de aquí,

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{-10} - \frac{1}{-20} = -\frac{1}{20} cm^{-1} = -5D.$$

Es una lente divergente, ya que la distancia focal es negativa.



Pregunta A.5.- Una placa de cobalto se expone a luz de una determinada intensidad y de frecuencia igual a 1,2 veces la frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico en ese material. En estas condiciones se registra un cierto potencial de frenado V_1.

a) **Si se duplica la frecuencia de la luz incidente se registra un nuevo potencial de frenado V_2 que es 6 veces mayor que V_1. Obtenga el trabajo de extracción para el cobalto y el valor de la frecuencia umbral**

b) **Si se mantiene la frecuencia inicial y se duplica la intensidad de la luz incidente, ¿cómo se modificará el potencial de frenado?**

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$, Constante de Planck, h=6,63$\cdot 10^{-34} Js$

a) Sabemos que el potencial de frenado cumple la ecuación $qV = E_c$, donde E_c es la energía cinética de los electrones y q es su carga. De aquí, la ecuación del efecto fotoeléctrico toma la forma

$$hf = W_0 + qV.$$

En nuestro caso tenemos dos situaciones con frecuencias f_1 y f_2, que nos dan

$$hf_1 = W_0 + eV_1$$
$$hf_2 = W_0 + eV_2.$$

Restando una a otra nos queda

$$h(f_2 - f_1) = e(V_2 - V_1) = e(V_2 - V_1) = e6$$

Por otro lado, como $f_2 = 2f_1$, $f_2 - f_1 = f_1$, y tenemos la ecuación

$$hf_1 = 6e \to f_1 = 1,45 \cdot 10^{15}.$$

Pero $f_1 = 1,2f_0$, así que $f_0 = 1,21 \cdot 10^{15} Hz$. Por tanto, el trabajo de extracción será $W_0 = hf_0 = 8 \cdot 10^{-19} J$.

b) La energía cinética de los electrones (y, por tanto, el potencial de frenado) son independientes de la intensidad de la luz, sólo dependen de la frecuencia. Por tanto, no variará.

Pregunta B.1.- Un satélite de 200kg de masa se mueve en una órbita cerrada alrededor de la tierra. En un determinado instante es detectado a 630km de altura moviéndose a 9,92km/s con velocidad perpendicular a la dirección radial.

a) **Compare la velocidad del satélite con la correspondiente a una órbita circular de la altura dada y del resultado anterior. Razone si la órbita es circular o elíptica.**

b) **Calcule los módulos del momento angular y de la aceleración del satélite en el instante señalado.**

Datos: Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$, Radio de la tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6 m$Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} kg$

a) La velocidad de un satélite orbitando en órbita circular a esa altura es $v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = 7,54 \cdot 10^3 m/s$, donde hemos tenido en cuenta que el radio de la órbita es $r = R_T + h = 7 \cdot 10^6 m$. Esta velocidad es menor que la observada, así que el satélite no puede estar en órbita circular. Como solo hay dos tipos de órbitas cerradas, las circulares y las elípticas, tiene que estar en órbita elíptica.

b) El módulo del momento angular es $L = mrvsin\theta = 200 \cdot 7 \cdot 10^6 \cdot 9,92 \cdot 10^3 sin(90) = 1,4 \cdot 10^{13} kgm^2/s$.

En cuanto a la aceleración, la podemos calcular a partir de la segunda ley de Newton: $F = ma \to mg = ma \to a = g$. El módulo del campo gravitatorio a esa altura es

$$g = \frac{GM_T}{r^2} = 8,13 m/s^2. \tag{5}$$

Pregunta B.2.- El campanario de una iglesia medieval, situado a 35m de altura, consta de 4 campanas. Cada una de ellas emite 10mW de potencia sonora tras ser golpeada. Por otro lado, el límite de contaminación acústica en ese municipio está establecido en 55dB.

a) Determine el nivel de intensidad sonora que percibe una persona parada al pie de la torre del campanario cuando se toca una sola campana.

b) ¿Podrán tocar las cuatro campanas a la vez si no se quiere sobrepasar el límite de contaminación acústica y la población está situada a más de 100 metros de la iglesia?

a) La intensidad recibida por una persona al pie de la torre es $I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{10^{-2}}{4\pi 35^2} = 6,5{\cdot}10^{-7} W/m^2$. Esto se corresponde con un nivel de intensidad sonora de

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10\log\left(\frac{6,5\cdot 10^{-7}}{10^{-12}}\right) = 58dB.$$

b) La distancia entre las campanas y el punto del suelo situado a 100m del pie de la iglesia se puede calcular por Pitágoras como $d = \sqrt{100^2+35^2} = 106m$. Si en vez de suelo a esa distancia hubiese un edificio sería menor, pero no nos dicen nada sobre eso.

A esa distancia la potencia es $P = \frac{4P}{4\pi r^2} = 2,8{\cdot}10^{-7} W/m^2$, así que el nivel de intensidad sonora será $\beta = 10\log\left(\frac{2,8\cdot 10^{-7}}{10^{-12}}\right) < 55dB$, así que no habría problema.

Pregunta B.3.- Dos partículas situadas en los puntos (-6, 0) mm y (6, 0) mm del plano xy poseen cargas iguales de +9 nC. Obtenga el potencial eléctrico y el campo eléctrico en:

a) El origen de coordenadas

b) El punto (0,3)mm.

Datos: Constante de Coulomb, $K = 9\cdot 10^9 Nm^2C^{-2}$

a) El campo eléctrico en ese punto será nulo por la simetría del problema: los campos producidos por las dos cargas son iguales pero van en sentidos opuestos.

El potencial, por su parte, es

$$V = V_1 + V_2 = \frac{KQ}{r} + \frac{KQ}{r} = 2\frac{KQ}{r} = 2,7\cdot 10^4 V.$$

b) Por pitágoras, la distancia hasta el punto (0,3)mm es $r = \sqrt{3^2+6^2} = 6,7mm = 6,7\cdot 10^{-3}$. Con esto, el potencial es

$$V = \frac{KQ}{r} + \frac{KQ}{r} = 2,4\cdot 10^4 V$$

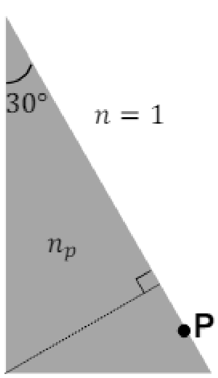
El campo eléctrico en (0,3)mm sólo tendrá componente vertical, ya que las horizontales se cancelan por simetría igual que antes. Por otro lado, las componentes verticales de los dos campos son iguales y apuntan hacia arriba, así que

$$\vec{E} = (E_{1y} + E_{2y})j = 2E_{1y}j$$

Para calcular $E_{1y} = \frac{KQ}{r^2} sin(\theta)$ necesitamos averiguar el ángulo θ o, en su defecto, el seno de ese ángulo. Podemos hacer eso de forma geométrica: $sin(\theta) = \frac{3mm}{6,7mm} = 0,45$. De ahí,

$$E_{1y} = 8\cdot 10^5 N/C \rightarrow \vec{E} = 1,6\cdot 10^6 \vec{j} N/C.$$

Pregunta B.4.- El prisma de sección triangular mostrado en la figura está hecho de un material con índice de refracción n_p. Se halla inmerso en aire, con índice de refracción igual a 1.



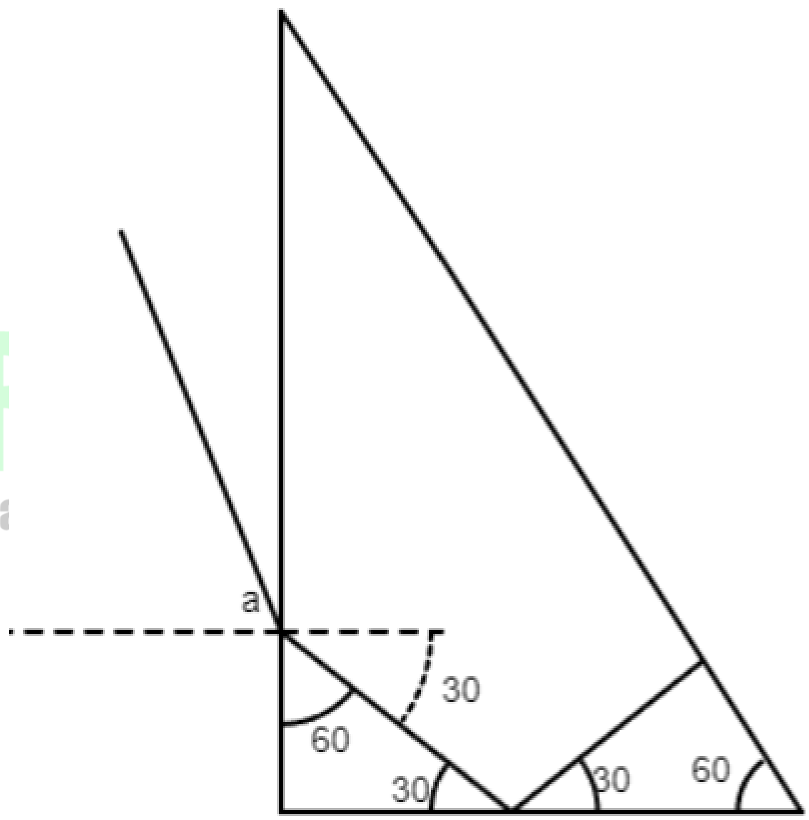
	A_1 (kBq)	A_2 (kBq)
t=0	10,00	11,70
t=1d	8,90	10,77

a) **Determine el índice de refracción n_p si se sabe que el ángulo límite para la reflexión total en el paso del prisma al aire vale 45,58º.**

b) **Considere un rayo de luz que incide perpendicularmente sobre la superficie del prisma desde el aire, en el punto P. Elabore un diagrama mostrando su recorrido en el interior del prisma hasta que vuelve a emerger al aire, y calcule el ángulo de refracción a la salida.**

a) Podemos utilizar la ley de Snell para calcular el índice de refracción. Sabemos que en una situación de reflexión total el ángulo de salida es de 90º, así que tenemos

$$n_p sin(45,58) = 1 sin(90) \rightarrow n_p = 1,4.$$



b) El trazado de rayos es el siguiente: El ángulo de refracción a la salida se puede calcular a través de la ley de Snell: vemos que el ángulo de incidencia es de 30º, así que

$$1,4 sin(30) = 1 sin(a) \rightarrow a = arcsin(1,4 sin(30)) = 44,4.$$

Pregunta B.5.- Dos muestras, cada una de un radioisótopo distinto (radioisótopo 1 y radioisótopo 2) contienen en el momento de su preparación la misma masa del radioisótopo correspondiente. Las medidas de actividad de las muestras 1 y 2 para el instante inicial (t = 0) y al cabo de un día arrojan los siguientes valores:

a) **Calcule el periodo de semidesintegración de cada radiosiótopo**

b) **Si M_1 y M_2 denotan las respectivas masas atómicas de los radioisótopos, determine el cociente M_2/M_1.**

a) Sabemos que la actividad radiactiva en un tiempo t viene dada por $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$, donde $A(0)$ es la actividad inicial y λ es la constante de desintegración. De aquí, $\lambda = \frac{\ln(A_0/A(t))}{t}$, así que

$$\lambda_1 = \frac{\ln(10/8,9)}{1da} = 0,12dia^{-1}, \lambda_2 = \frac{\ln(11,7/10,77)}{1dia} = 0,083dia^{-1}.$$

Conociendo λ, podemos calcular el periodo de semidesintegración a partir de la fórmula $T_{1/2} = ln(2)/\lambda$, que da $T_{1/2.1} = 5,95dias$ y $T_{1/2,2} = 8,37dias$.

b) La masa de una muestra es $m = MN$, donde M es la masa atómica y N el número de átomos. Aquí las dos tienen la misma masa inicial, así que $M_1N_1 = M_2N_2$. Recordando que $A = \lambda N$, tenemos

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{A_1}{A_2}\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 0,6,$$

donde hemos sustituido las actividades iniciales.