INSTRUCCIONES GENERALES PARA LA PRUEBA Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN
INSTRUCCIONES GENERALES
• Dispone de 90 minutos para realizar el examen. • Material permitido: CALCULADORA BÁSICA, no científica, ni programable ni gráfica. • Mientras tenga el examen en su poder SOLO puede comunicarse con los miembros del Tribunal de examen. Cualquier otro tipo de comunicación o uso de dispositivos o materiales no autorizados supondrá la retirada del examen, lo que será reflejado en el Acta como COPIA ILEGAL. • El examen debe realizarse con bolígrafo azul o negro. No puede utilizar ningún corrector (Tipp-Ex) en la hoja de respuestas tipo test. • No puede utilizar ninguna hoja que no haya sido entregada por algún miembro del Tribunal de examen. Las hojas de respuesta deben ir numeradas en las casillas que apareen en la parte inferior.
CRITERIOS DE EVALUACIÓN
La prueba consta de 2 partes: • **PRIMERA PARTE:** Bloque de 8 preguntas objetivas con un valor total de 4 puntos. Cada acierto suma 0,5 puntos, cada error resta 0,25 y las preguntas en blanco no computan. Para contestar a este bloque debe utilizarse la hoja de respuestas Tipo Test. Es MUY IMPORTANTE leer las instrucciones sobre cómo deben marcarse las respuestas. Las respuestas marcadas incorrectamente no se tendrán en cuenta. Solo hay una respuesta correcta a), b) o c) para cada pregunta. Debe elegir y contestar a 8 de las 12 preguntas. Si contesta a más preguntas de las requeridas solo se computarán las 8 primeras. • **SEGUNDA PARTE:** Bloque de preguntas de desarrollo con valor total de 6 puntos. Debe contestar a 2 de los 3 problemas propuestos. Si contesta a los 3 problemas solo se corregirán los 2 primeros. Los problemas para alcanzar la máxima puntuación tiene que estar completamente desarrollados y justificados los resultados obtenidos, así como utilizar la notación matemática adecuada.

PARTE 1.- CUESTIONES

1. Si en un experimento con siete posibles resultados se sabe que las probabilidades de cada uno son $P(R1) = 0{,}12$; $P(R2) = 0{,}21$; $P(R3) = 0{,}14$, $P(R4) = 0{,}14$; $P(R5) = 0{,}1$; $P(R6) = a$; y $P(R7) = b$ se puede afirmar:
   a) $a = 0{,}3$ y $b = 0{,}05$
   b) $a = 0{,}15$ y $b = 0{,}14$
   c) $a = -0{,}2$ y $b = 0{,}35$

2. Dados dos sucesos aleatorios A y B tales que $P(A \cap B) = 0{,}2$, $P(A \cup B) = 0{,}4$ y $P(A|B) = 0{,}8$. Entonces podemos afirmar:
   a) $P(B) = 0{,}25$
   b) $P(B|A) = 0{,}2$
   c) $P(B) = 0{,}6$

3. Si la variable aleatoria Z sigue una distribución, $N(0{,}1)$ podemos afirmar que:
   a) $P(Z \leq 1{,}17) = 0{,}879$
   b) $P\ (Z \leq 1{,}17) = 0{,}121$
   c) Ninguna es correcta.

Sistemas Personalizados de Enseñanza

4. Dada X una variable aleatoria normal $N(\mu, 2)$ se quiere estimar la media muestral, X, con un error menor de 0,25 y con un nivel de confianza del 95 % ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra?
   a) $n = 246$
   b) $n = 105$
   c) $n = 174$

   Nota: $Z_{\alpha/2} = 1{,}96$.

5. Una matriz A es diagonal si se cumple que:
   a) Es cuadrada y los elementos no pertenecientes a la diagonal principal son todos iguales a 0.
   b) Todos los elementos de la diagonal principal son iguales.
   c) Todas las anteriores.

6. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 12 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 6 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, el resultado de hacer $A \cdot B$ es:
   a) La matriz nula de orden 3.
   b) No es posible hacer $A \cdot B$.
   c) Ninguna de las otras

7. Dada la matriz$A = \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, el valor de A^{-1} es:
   a) La matriz A no es invertible
   b) $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$
   c) Ninguna de las otras

8. Dada la inecuación $6x + 26 < 2$. La solución general es:
   a) $(-\infty, 4)$
   b) $(4, \infty)$
   c) Ninguna de las otras.

9. ¿Cuál es el valor del siguiente límite $\lim_{x \to -\infty} f(x)$, si se sabe que $f(x) = -e^{-6x}$
   a) 0
   b) $-\infty$
   c) Ninguna de las otras.

10. Dada la función $f(x) = \frac{-6x}{\sqrt{x^2+6}}$ el dominio de la función es:
    a) $(6, \infty)$
    b) $(-6, \infty)$
    c) Ninguna de las otras.

11. La función $f(x) = \frac{6x^2}{2x-3}$ tiene un máximo en el punto:
    a) $x = 0$
    b) $x = 6$
    c) Ninguna de las otras.

12. Hallar$\int \left(\frac{6x}{x^2} - \frac{6}{x}\right) dx$
    a) $6\,ln(x^2) - 6\ln|x| + C$
    b) $6x \ln|x| + C$
    c) Ninguna de las otras.

PARTE 2.- PROBLEMAS

1. En un instituto dos grupos de alumnos van de excursión y compran camisetas, gorros y bufandas. En la matriz A se indica el número de artículos que ha comprado cada grupo, y en la matriz B se muestran los precios de los artículos en las 3 tiendas que han visitado.

$$A = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} Camisetas & Gorros & Bufandas \end{array} \\ \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} & \begin{pmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 20 & 15 & 25 \end{pmatrix} \begin{array}{l} Grupo1 \\ Grupo2 \end{array} \end{array} \qquad B = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} T1 & T2 & T3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 10 & 11 & 10 \\ 15 & 14 & 12 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} Camisetas \\ Gorros \\ Bufandas \end{array}$$

   a) Multiplica las matrices.
   b) ¿Cuál es el coste de los artículos del Grupo 1 si compran todos sus artículos en la tienda T2? Indica que elemento de la matriz nos da esa información. ¿Cuál es el coste de los artículos del Grupo 2 si compran todos sus artículos en la tienda T3? Indica que elemento de la matriz nos da esa información.
   c) ¿Cuál sería la tienda más barata si los dos grupos compraran todo en el mismo lugar, y cuánto habría que pagar? ¿Cuál sería la tienda más cara si los dos grupos compraran todo en el mismo lugar y cuánto habría que pagar?

2. Una compañía tiene las siguientes funciones de ingresos y gastos, en euros, y dónde x es la cantidad de unidades vendidas:

$$I(x) = 6x^4 + 6x^2 - 20x - 200$$
$$G(x) = 6x^4 + 4x^2 + 200$$

   Determine:
   a) La función que define el beneficio anual en euros. ¿Cuándo el beneficio es nulo?
   b) Número de unidades vendidas que hace mínima la función de beneficio.
   c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento del beneficio.

3. En un centro de secundaria, aprueban Biología 4 de cada 5 alumnos, las Matemáticas las aprueban 2 de cada 3 alumnos y 3 de cada 5 alumnos aprueban Lengua.
   a) Nombra los sucesos del experimento y determina las probabilidades de los mismos.

   Elegido al azar un alumno matriculado de esas asignaturas en ese centro calcula la probabilidad de que:
   b) Suspenda las tres asignaturas.
   c) Suspenda solo una de las asignaturas.

BRAVOSOL Sistemas Personalizados de Enseñanza

RESOLUCIÓN

PARTE 1: PARTE OBJETIVA

1. Si en un experimento con siete posibles resultados se sabe que las probabilidades de cada uno son $P(R1) = 0{,}12$; $P(R2) = 0{,}21$; $P(R3) = 0{,}14$, $P(R4) = 0{,}14$; $P(R5) = 0{,}1$; $P(R6) = a$; y $P(R7) = b$ se puede afirmar:
   a) $a = 0{,}3$ y $b = 0{,}05$
   b) $a = 0{,}15$ y $b = 0{,}14$
   c) $a = -0{,}2$ y $b = 0{,}35$

2. Dados dos sucesos aleatorios A y B tales que $P(A \cap B) = 0{,}2$, $P(A \cup B) = 0{,}4$ y $P(A|B) = 0{,}8$. Entonces podemos afirmar:
   a) $P(B) = 0{,}25$
   b) $P(B|A) = 0{,}2$
   c) $P(B) = 0{,}6$

3. Si la variable aleatoria Z sigue una distribución, $N(0,1)$ podemos afirmar que:
   a) $P(Z \leq 1{,}17) = 0{,}879$
   b) $P\,(Z \leq 1{,}17) = 0{,}121$
   c) Ninguna es correcta.

4. Dada X una variable aleatoria normal $N(\mu, 2)$ se quiere estimar la media muestral, X, con un error menor de 0,25 y con un nivel de confianza del 95 % ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra?
   a) $n = 246$
   b) $n = 105$
   c) $n = 174$

   Nota: $Z_{\alpha/2} = 1{,}96$.

5. Una matriz A es diagonal si se cumple que:
   a) Es cuadrada y los elementos no pertenecientes a la diagonal principal son todos iguales a 0.
   b) Todos los elementos de la diagonal principal son iguales.
   c) Todas las anteriores.

6. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 12 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 6 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, el resultado de hacer $A \cdot B$ es:
   a) La matriz nula de orden 3.
   b) No es posible hacer $A \cdot B$.
   c) Ninguna de las otras

7. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, el valor de A^{-1} es:
   a) La matriz A no es invertible
   b) $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$
   c) Ninguna de las otras

8. Dada la inecuación $6x + 26 < 2$. La solución general es:
   a) $(-\infty, 4)$
   b) $(4, \infty)$
   c) Ninguna de las otras.

© ACADEMIA BRAVOSOL – SISTEMAS PERSONALIZADOS DE ENSEÑANZA®

9. ¿Cuál es el valor del siguiente límite $\lim_{x \to -\infty} f(x)$, si se sabe que $f(x) = -e^{-6x}$
   a) 0
   b) $-\infty$
   c) Ninguna de las otras.

10. Dada la función $f(x) = \frac{-6x}{\sqrt{x^2+6}}$ el dominio de la función es:
   a) $(6, \infty)$
   b) $(-6, \infty)$
   c) Ninguna de las otras.

11. La función $f(x) = \frac{6x^2}{x-3}$ tiene un máximo en el punto:
   a) $x = 0$
   b) $x = 6$
   c) Ninguna de las otras.

12. Hallar $\int \left(\frac{6x}{x^2} - \frac{6}{x}\right) dx$
   a) $6\, ln(x^2) - 6\ln|x| + C$
   b) $6x \ln|x| + C$
   c) Ninguna de las otras.

BRAVOSOL
Sistemas Personalizados de Enseñanza

PARTE 2: PROBLEMAS

1. **En un instituto dos grupos de alumnos van de excursión y compran camisetas, gorros y bufandas. En la matriz A se indica el número de artículos que ha comprado cada grupo, y en la matriz B se muestran los precios de los artículos en las 3 tiendas que han visitado.**

$$A = \begin{array}{c} \boldsymbol{Camisetas\ Gorros\ Bufandas} \\ \begin{pmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 20 & 15 & 25 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \boldsymbol{Grupo1} \\ \boldsymbol{Grupo2} \end{array} \qquad B = \begin{array}{c} \boldsymbol{T1\ \ T2\ \ T3} \\ \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 10 & 11 & 10 \\ 15 & 14 & 12 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \boldsymbol{Camisetas} \\ \boldsymbol{Gorros} \\ \boldsymbol{Bufandas} \end{array}$$

a) **Multiplica las matrices.**

RESPUESTA

Dado que se pide hacer la multiplicación de las dos matrices, primeramente, es necesario verificar que sean operables entre sí. Para que dos matrices sean multiplicables entre sí, es necesario que el número de columnas de la primera matriz coincida con el número de filas de la segunda matriz. En este caso, la matriz A tiene tres columnas; y, la matriz B, tres filas; por lo que son operables entre sí. La matriz resultante tendrá el número de filas de la primera matriz (en este caso, dos filas), y el número de columnas de la segunda matriz (en este caso, tres columnas).

Así las cosas, el producto de $A \cdot B$ será:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 20 & 15 & 25 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 10 & 11 & 10 \\ 15 & 14 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 550 & 580 & 555 \\ 625 & 635 & 590 \end{pmatrix}$$

CONCLUSIÓN

La matriz resultante de operar $A \cdot B$ será $\begin{pmatrix} 550 & 580 & 555 \\ 625 & 635 & 590 \end{pmatrix}$

b) **¿Cuál es el coste de los artículos del Grupo 1 si compran todos sus artículos en la tienda T2? Indica que elemento de la matriz nos da esa información. ¿Cuál es el coste de los artículos del Grupo 2 si compran todos sus artículos en la tienda T3? Indica que elemento de la matriz nos da esa información.**

RESPUESTA

Como se pide el coste de los artículos del Grupo 1 si compran todos sus artículos en la tienda T2, hay que fijarse en el componente resultante de operar la primera fila de la matriz A; con la segunda columna de la matriz B; es decir, 580.

Como se pide el coste de los artículos del Grupo 2 si compran todos sus artículos en la tienda T3, hay que fijarse en el componente resultante de operar la segunda fila de la matriz A; con la tercera columna de la matriz B; es decir, 590.

CONCLUSIÓN

El coste de los artículos del Grupo 1 si compran todos sus artículos en la tienda T2 será de 580 euros; y, el coste de los artículos del Grupo 2 si compran todos sus artículos en la tienda T3, será de 590 euros.

c) **¿Cuál sería la tienda más barata si los dos grupos compraran todo en el mismo lugar, y cuánto habría que pagar? ¿Cuál sería la tienda más cara si los dos grupos compraran todo en el mismo lugar y cuánto habría que pagar?**

RESPUESTA

Para poder averiguar las combinaciones más barata y más cara, es necesario en primer lugar sumar los grupos 1 y 2 de la matriz A, lo que dará el total de artículos comprados. Por tanto, la matriz resultante (en adelante A'), será:

$$A' = \begin{pmatrix} 45 & 35 & 40 \end{pmatrix}$$

A continuación, dado que el número de columnas de la matriz resultante no ha variado con respecto de la matriz A, se multiplicará dicha matriz, por la matriz B. El resultado será una matriz fila de una fila y tres columnas. Los valores se están buscando se encontrarán en las columnas de la matriz resultante:

$$A' \cdot B = \begin{pmatrix} 45 & 35 & 40 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 10 & 11 & 10 \\ 15 & 14 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1175 & 1215 & 1145 \end{pmatrix}$$

CONCLUSIÓN

La tienda más barata será la Tienda 3, dando un gasto de 1145 euros; y, la más cara, la Tienda 2, dando un gato de 1215 euros.

2. **Una compañía tiene las siguientes funciones de ingresos y gastos, en euros, y dónde x es la cantidad de unidades vendidas:**

$$\boldsymbol{I(x) = 6x^4 + 6x^2 - 20x - 200}$$
$$\boldsymbol{G(x) = 6x^4 + 4x^2 + 200}$$

Determine:

a) **La función que define el beneficio anual en euros. ¿Cuándo el beneficio es nulo?**

RESOLUCIÓN

Para obtener la función de beneficios anuales, hay que hacer la diferencia entre las funciones de ingresos y gastos:

$$B(x) = I(x) - G(x) = 6x^4 + 6x^2 - 20x - 200 - (6x^4 + 4x^2 + 200) = 2x^2 - 20x - 400$$

Para determinar cuándo el beneficio será nulo, se debe igualar a cero la función, y despejar x:

$$B(x) = 0 \rightarrow 2x^2 - 20x - 400 = 0 \leftrightarrow x^2 - 10x - 200 = 0 \rightarrow$$
$$\rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4(1)(-200)}}{2(1)} = \frac{10 \pm 30}{2} = \begin{cases} -10 \\ 20 \end{cases}$$

Aunque se hayan obtenido dos resultados, sólo $x = 20$ es válido. La solución $x = -10$ se debe descartar porque no tiene sentido para el problema debido a que x representa la cantidad de unidades vendidas; y, por tanto, debe ser positivo.

CONCLUSIÓN

El número de unidades vendidas que hace que el beneficio sea cero es de 20 unidades.

b) Número de unidades vendidas que hace mínima la función de beneficio.

RESOLUCIÓN

Para averiguar la cantidad de unidades que minimiza el beneficio, se debe calcular la primera derivada de la función, igualarla a cero, y despejar la x. Esto permitirá obtener sus puntos críticos.

Una calculados, se puede recurrir al estudio de la monotonía de la función para averiguar cuándo crece y cuándo decrece. Dado que se busca obtener cuándo habrá mínimos, se debe buscar que primero sea decreciente y seguidamente creciente.

No obstante, para usar este método, es necesario conocer previamente el dominio de la función.

i. Dominio de la función:

$Dom\ B(x) = [0, \infty)$ debido a que, aunque sea una función polinómica, x nunca podrá ser negativa

ii. Cálculo de los puntos críticos:

$$B'(x) = 0 \rightarrow 4x - 20 = 0 \rightarrow 4x = 20 \rightarrow x = 5$$

iii. Estudio de la monotonía de la función:

$[0,5)$	$\cup$	$(5, \infty)$
4		6
$f'(4) < 0$		$f'(6) > 0$
$Decrece$		$Crece$

$\rightarrow$ La función presenta un mínimo en $x = 5$.

CONCLUSIÓN

La función es decreciente en el intervalo $[0,5)$, y creciente en el intervalo $(5, \infty)$. Esto implica que la función tiene un mínimo en el punto $x = 5$.

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento del beneficio.

RESPUESTA

La función es decreciente en el intervalo $[0,5)$ porque la primera derivada en ese intervalo es negativa, y creciente en el intervalo $(5, \infty)$ porque la primera derivada en ese intervalo es positiva,

3. En un centro de secundaria, aprueban Biología 4 de cada 5 alumnos, las Matemáticas las aprueban 2 de cada 3 alumnos y 3 de cada 5 alumnos aprueban Lengua.

a) Nombra los sucesos del experimento y determina las probabilidades de los mismos.

RESOLUCIÓN

Dado que se habla de las probabilidades de aprobar, respectivamente, Biología, Matemáticas, y Lengua, se pueden definir los siguientes sucesos:

Aprobar Biología (B)	Aprobar Matemáticas (M)	Aprobar Lengua (L)
$P(B)=\frac{4}{5}=0'8=80\%$	$P(L)=\frac{2}{3}=0'6667=66'67\%$	$P(L)=\frac{3}{5}=0'6=60\%$

CONCLUSIÓN

El suceso "*Aprobar Biología*" es el suceso B, el cual tiene una probabilidad del 80%; el suceso "*Aprobar Matemáticas*" es el suceso M, el cual tiene una probabilidad de un 66'67%; y, el suceso "*Aprobar Lengua*" es el suceso L, el cual tiene una probabilidad del 60%.

Elegido al azar un alumno matriculado de esas asignaturas en ese centro calcula la probabilidad de que:

b) Suspenda las tres asignaturas.

RESOLUCIÓN

Para determinar la probabilidad de que suspenda las tres asignaturas (en adelante, suceso A), se deben tener en cuenta dos cosas:

i. La probabilidad de suspender cada asignatura es el suceso complementario del suceso.
ii. Cada suceso es independiente entre sí.

Contando con lo anterior, la probabilidad de suspender las tres asignaturas será:

$$P(A)=\bar{B}\cdot\bar{M}\cdot\bar{L}=[1-P(B)]\cdot[1-P(M)]\cdot[1-P(L)]=$$

$$=\left[1-\frac{4}{5}\right]\cdot\left[1-\frac{2}{3}\right]\cdot\left[1-\frac{3}{5}\right]=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{2}{75}=0{,}0267=2'67\%$$

CONCLUSIÓN

La probabilidad de suspender las tres asignaturas es de un 2'67%.

c) Suspenda solo una de las asignaturas.

RESOLUCIÓN

Para calcular la probabilidad de que suspenda sólo una de las asignaturas (en adelante, suceso B), debe tenerse en cuenta las posibles permutaciones que cumplan el requisito de que se aprueban dos asignaturas, y se suspenda una de ellas. Así pues, el cálculo sería el siguiente:

$$P(B)=[B\cdot M\cdot\bar{L}]+[B\cdot\bar{M}\cdot L]+[\bar{B}\cdot M\cdot L]=$$

$$=\left[\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{5}\right]+\left[\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}\right]+\left[\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}\right]=\frac{16}{75}+\frac{12}{75}+\frac{6}{75}=\frac{34}{75}=0'4533=45'33\%$$

CONCLUSIÓN

La probabilidad de suspender sólo una de las asignaturas es de un 45'33%.

© ACADEMIA BRAVOSOL – SISTEMAS PERSONALIZADOS DE ENSEÑANZA®